

Dati Vettura

$$m_{\text{secco}} = 1350 \text{ kg}$$

$$m_{\text{sospese}} = 1350 \cdot 0,9 = 1215 \text{ kg} \quad (m_{\text{non sosp}} \approx 10\% m_{\text{Tot}})$$

ripartizione peso : 58% Rear 42% Front

$$P_{\text{max}} = 356 \text{ kW} \approx 484 \text{ cv} \quad @ \quad 7000 \text{ rpm}$$

$$C_{\text{max}} = 575 \text{ Nm} \quad @ \quad 4500 \text{ rpm}$$

Ipotesi e Semplificazioni

7° inclinazione braccetto superiori folti $\rightarrow$ modello 2D

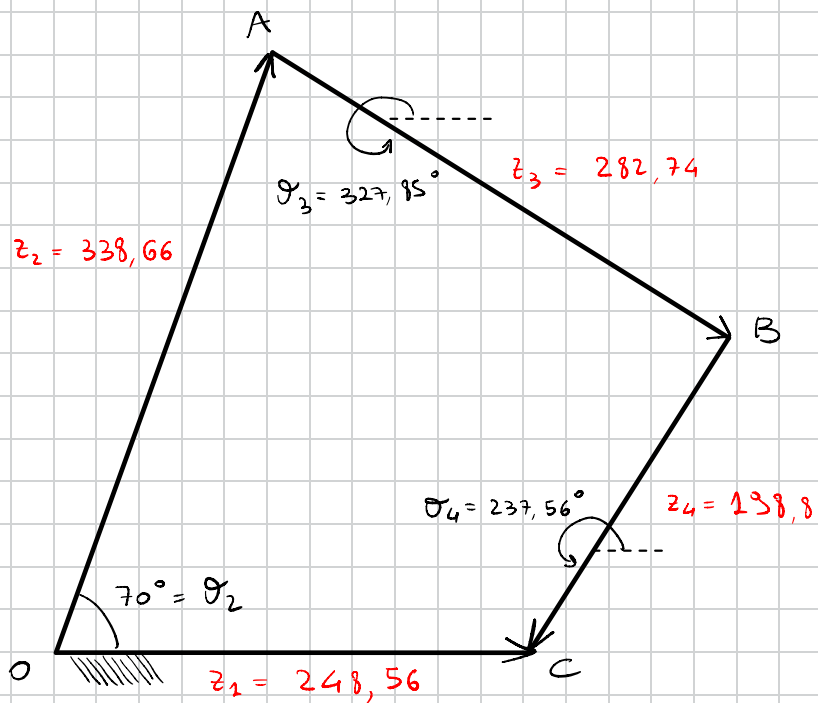
Escursione Quadrilatero : $\theta_2 = [63^\circ, 80^\circ]$

Configurazioni da calcolare :

Full Bump	$\rightarrow$	63°
Static	$\rightarrow$	70°
Full Rebound	$\rightarrow$	80°

$$\text{Fattore di conversione : } \frac{262}{42} \approx 6,214$$

CINEMATICA



$$\begin{cases} z_2 \cos \sigma_2 + z_3 \cos \sigma_3 + z_4 \cos \sigma_4 - z_1 = 0 \\ z_2 \sin \sigma_2 + z_3 \sin \sigma_3 + z_4 \sin \sigma_4 = 0 \end{cases}$$

$$C_x(\sigma_2) = z_2 \cos(\sigma_2) - z_1$$

$$C_y(\sigma_2) = z_2 \sin(\sigma_2)$$

$$\begin{cases} z_3 \cos \sigma_3 + C_x = -z_4 \cos \sigma_4 \\ z_3 \sin \sigma_3 + C_y = -z_4 \sin \sigma_4 \end{cases}$$

Quadrando e sommando

$$(\sin^2 \sigma + \cos^2 \sigma = 1)$$

$$z_3^2 \cos^2 \sigma_3 + C_x^2 + 2z_3 C_x \cos \sigma_3 + z_3^2 \sin^2 \sigma_3 + C_y^2 + 2z_3 C_y \sin \sigma_3 = z_4^2 \cos^2 \sigma_4 + z_4^2 \sin^2 \sigma_4$$

$$\underbrace{2z_3 C_x \cos \sigma_3}_{=A} + \underbrace{2z_3 C_y \sin \sigma_3}_{=B} + \underbrace{C_x^2 + C_y^2 + z_3^2 - z_4^2}_{=C} = 0$$

$$\cos(\sigma_3) = \frac{1 - \tan^2\left(\frac{\sigma_3}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{\sigma_3}{2}\right)}$$

$$\sin(\sigma_3) = \frac{2 \tan\left(\frac{\sigma_3}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{\sigma_3}{2}\right)}$$

$$A(1 - \tan^2\left(\frac{\sigma_3}{2}\right)) + 2B \tan\left(\frac{\sigma_3}{2}\right) + C(1 + \tan^2\left(\frac{\sigma_3}{2}\right)) = 0$$

$$(C-A)\left(\tan^2\left(\frac{\sigma_3}{2}\right)\right) + 2B \tan\left(\frac{\sigma_3}{2}\right) + C+A = 0 \quad \tan\left(\frac{\sigma_3}{2}\right) = x$$

$$(C-A)x^2 + 2Bx + C+A = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-2B \pm \sqrt{4B^2 - 4(C-A)(C+A)}}{2(C-A)} = \frac{-2B \pm \sqrt{4B^2 - 4(C^2 - A^2)}}{2(C-A)}$$

$$= \frac{-\cancel{2}B \pm \cancel{2}\sqrt{B^2 + A^2 - C^2}}{\cancel{2}(C-A)} = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 + A^2 - C^2}}{C-A} = \tan\left(\frac{\sigma_3}{2}\right)$$

$$\sigma_3 = 2 \arctan\left(-\frac{B \pm \sqrt{B^2 + A^2 - C^2}}{C-A}\right)$$

$$A \neq C$$

(Se)

$$A = C$$

$$2Bx + 2A = 0$$

$$Bx + A = 0$$

$$x = -\frac{A}{B}$$

$$\sigma_{3,1} = 2 \arctan \left(-\frac{A}{B} \right)$$

$$\sigma_{3,2} = 2 \arctan \left(\frac{-B \pm \sqrt{B^2 + A^2 - C^2}}{C - A} \right)$$

$$\arctan(+\infty) \rightarrow 90^\circ$$

$$2 \cdot 90^\circ = 180^\circ$$

(Se)

$$B = C$$

$$(B-A)x^2 + 2Bx + B+A = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-2B \pm \sqrt{4B^2 - 4(B-A)(B+A)}}{2(B-A)} = \frac{-2B \pm \sqrt{4B^2 - 4(B^2 - A^2)}}{2(B-A)}$$

$$= \frac{-2B \pm 2A}{2(B-A)} = \frac{-B \pm A}{B-A}$$

$$= \begin{cases} \frac{-B+A}{B-A} = -1 \\ \frac{-B-A}{B-A} = \frac{A+B}{A-B} \end{cases}$$

$$\sigma_{3,1} = 2 \arctan \left(\frac{A+B}{A-B} \right)$$

$$\sigma_{3,2} = 2 \arctan(-1) = 2 \cdot \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

$$x_{1,2} = \arctan 2 \left(\frac{1}{B} \left(-\frac{A(-AC + \sqrt{A^2B^2 + B^4 - B^2C^2})}{A^2 + B^2} - C \right) \pm \frac{-AC + \sqrt{A^2B^2 + B^4 - B^2C^2}}{A^2 + B^2} \right)$$

Static 70°

$$C_x|_{70^\circ} = 338,66 \cdot \cos(70^\circ) - 248,56 = -132,73$$

$$C_y|_{70^\circ} = 338,66 \cdot \sin(70^\circ) = 318,24$$

$$A = 2 C_x z_3 = -75056,16$$

$$B = 2 C_y z_3 = 173358,36$$

$$C = C_x^2 + C_y^2 + z_3^2 - z_4^2 = 153314,42$$

$\Rightarrow$ CASE $A \neq C$

$$\sigma_3 = 2 \arctan \left(-\frac{B \pm \sqrt{B^2 + A^2 - C^2}}{C - A} \right) = \begin{cases} -102,57 \\ -32,15^\circ = 327,85^\circ \end{cases}$$

$$z_2 \sin \sigma_2 + z_3 \sin \sigma_3 + z_4 \sin \sigma_4 = 0$$

$$\sigma_4 = \sin^{-1} \left(\frac{z_2 \sin \sigma_2 + z_3 \sin \sigma_3}{-z_4} \right) = \sin^{-1} \left(\frac{338,66 \cdot \sin 70^\circ + 282,74 \cdot \sin(-32,15)}{-138,8} \right) =$$

$$= -57,56 \rightarrow \sin(x) = \sin(-x) = \sin(180 - x) \Rightarrow \sigma_4 = 237,56^\circ$$

$$\begin{aligned} \sigma_2 &= 70^\circ \\ \sigma_3 &= 327,85^\circ \\ \sigma_4 &= 237,56^\circ \end{aligned}$$

Full Bump $\sigma_2 = 63^\circ$

$$c_x|_{70^\circ} = 338,66 \cdot \cos(63) - 248,56 = -34,81$$

$$c_y|_{70^\circ} = 338,66 \cdot \sin(63) = 302,75$$

$$A = 2 c_x z_3 = -53613,16$$

$$B = 2 c_y z_3 = 170633,53$$

$$C = c_x^2 + c_y^2 + z_3^2 - z_4^2 = 140462,47$$

$$\begin{matrix} \nearrow \\ \textcircled{\neq} \\ \searrow \end{matrix} \Rightarrow \text{CAS } A \neq C$$

$$\sigma_3 = 2 \arctan \left(- \frac{B \pm \sqrt{B^2 + A^2 - C^2}}{C - A} \right) = \begin{matrix} + \\ - \end{matrix} \begin{matrix} - 110,806^\circ \\ - 34,308^\circ = 325,69^\circ \end{matrix}$$

$$z_2 \sin \sigma_2 + z_3 \sin \sigma_3 + z_4 \sin \sigma_4 = 0$$

$$\sigma_4 = \sin^{-1} \left(\frac{z_2 \sin \sigma_2 + z_3 \sin \sigma_3}{-z_4} \right) = \sin^{-1} \left(\frac{338,66 \cdot \sin 63 + 282,74 \sin(-34,308)}{-138,8} \right) =$$

$$= -45,74 \rightarrow \sin(x) = \sin(-x) = \sin(180 - x) \Rightarrow \sigma_4 = 225,75^\circ$$

Full Rebound $\sigma_2 = 80^\circ$

$$c_x|_{70^\circ} = 338,66 \cdot \cos(80) - 248,56 = -183,75$$

$$c_y|_{70^\circ} = 338,66 \cdot \sin(80) = 333,51$$

$$A = 2 c_x z_3 = -107233,83$$

$$B = 2 c_y z_3 = 188533,23$$

$$C = c_x^2 + c_y^2 + z_3^2 - z_4^2 = 187656,45$$

$$\begin{matrix} \nearrow \\ \textcircled{\neq} \\ \searrow \end{matrix} \Rightarrow \text{CAS } A \neq C$$

$$\sigma_3 = 2 \arctan \left(- \frac{B \pm \sqrt{B^2 + A^2 - C^2}}{C - A} \right) = \begin{matrix} + \\ - \end{matrix} \begin{matrix} - 30,5 \\ - 30,23 = 329,77^\circ \end{matrix}$$

$$z_2 \sin \sigma_2 + z_3 \sin \sigma_3 + z_4 \sin \sigma_4 = 0$$

$$\sigma_4 = \sin^{-1} \left(\frac{z_2 \sin \sigma_2 + z_3 \sin \sigma_3}{-z_4} \right) = \sin^{-1} \left(\frac{338,66 \cdot \sin(80) + 282,74 \sin(30,23)}{-138,8} \right) =$$

$$= -74,07 \rightarrow \sin(x) = \sin(-x) = \sin(180 - x) \Rightarrow \sigma_4 = 254,07^\circ$$

$\sigma_2 =$	63°
$\sigma_3 =$	$325,69^\circ$
$\sigma_4 =$	$225,75^\circ$

$\sigma_2 =$	80°
$\sigma_3 =$	$329,77^\circ$
$\sigma_4 =$	$254,07^\circ$

ANALISI VELOCITÀ

$$\begin{cases} f_1 & \{ z_2 \cos \sigma_2 + z_3 \cos \sigma_3 + z_4 \cos \sigma_4 - z_1 = 0 \\ f_2 & \{ z_2 \sin \sigma_2 + z_3 \sin \sigma_3 + z_4 \sin \sigma_4 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{df_1}{dt} = + z_2 \cdot w_2 \sin \sigma_2 + z_3 w_3 \sin \sigma_3 + z_4 w_4 \sin \sigma_4 = 0 \\ \frac{df_2}{dt} = + z_2 \cdot w_2 \cos \sigma_2 + z_3 w_3 \cos \sigma_3 + z_4 w_4 \cos \sigma_4 = 0 \end{cases}$$

fisso un w_2 e una config. di partenza $(\sigma_2, \sigma_3, \sigma_4)$

$$\begin{array}{lll} A_1 = z_2 w_2 \sin \sigma_2 & B_1 = z_3 \sin \sigma_3 & C_1 = z_4 \sin \sigma_4 \\ A_2 = z_2 w_2 \cos \sigma_2 & B_2 = z_3 \cos \sigma_3 & C_2 = z_4 \cos \sigma_4 \end{array}$$

$$\begin{cases} A_1 + B_1 \cdot w_3 + C_1 \cdot w_4 = 0 \\ A_2 + B_2 \cdot w_3 + C_2 \cdot w_4 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} w_3 = - \frac{A_1 + C_1 w_4}{B_1} \\ A_2 - B_2 \cdot \frac{A_1 + C_1 w_4}{B_1} + C_2 w_4 = 0 \end{cases}$$

$$A_2 B_1 - B_2 (A_1 + C_1 w_4) + C_2 B_1 w_4 = 0 \quad w_4 = \frac{A_2 B_1 - A_1 B_2}{-C_2 B_1 + B_2 C_1}$$

$$\begin{aligned} w_3 &= - \frac{A_1 + C_1 w_4}{B_1} \\ w_4 &= \frac{A_2 B_1 - A_1 B_2}{B_1 C_2 - B_2 C_1} \end{aligned}$$

STATIC 70°

$$\Delta \sigma_2 = 5^\circ = 0,0873 \text{ rad}$$

$$\Delta t = 0,15 \text{ s}$$

$$w_2 = 0,582 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\begin{aligned} w_4 &= \frac{338,66 \cdot \sin(70^\circ) \cdot w_2 \cdot 282,74 \cdot \cos(327,85) - 338,66 \cdot \cos(70^\circ) \cdot w_2 \cdot 282,74 \cdot \sin(327,85)}{282,74 \cdot \sin(237,56) \cdot 198,8 \cdot \cos(237,56) - 282,74 \cdot \cos(327,85) \cdot 198,8 \cdot \sin(237,56)} \\ &= 0,369 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \end{aligned}$$

$$w_3 = - \frac{338,66 \sin(70^\circ) \cdot w_2 + 198,8 \cdot \sin 237,56 \cdot w_4}{282,74 \cdot \sin 327,85} = 0,150 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

STATICA

$$L|_{70^\circ} \text{ (Preso dal Disegno nel manuale)} = 161,56 \text{ mm} (= 26 \cdot 6,216)$$

$$R_{33} = 33 \text{ mm}$$

$$d = 12 \text{ mm}$$

$$n = 7,5$$

$$E = 210\,000 \text{ MPa}$$

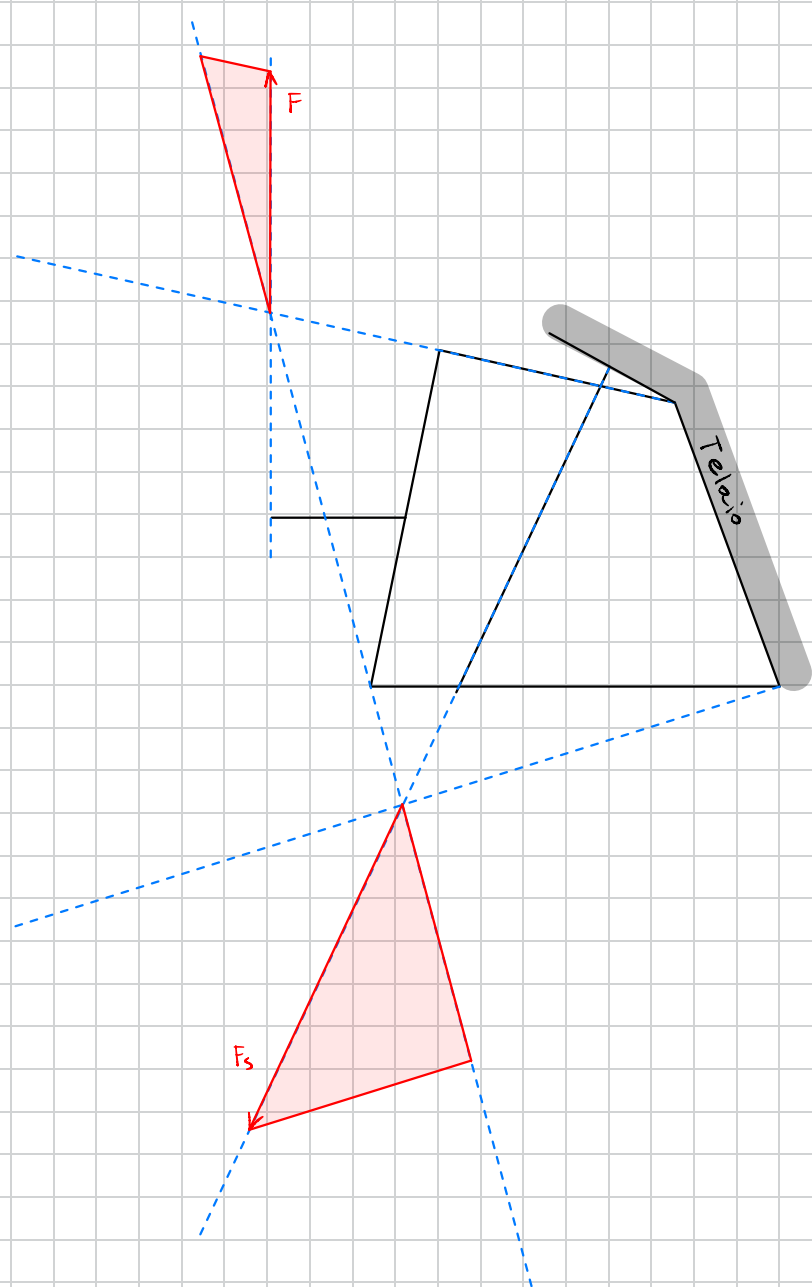
$$\nu = 0,29$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} = 81\,355$$

$$W_{\text{Front}} = 1350 \cdot 0,42 = 567 \text{ kg} \rightarrow W|_{\text{sulla singola ruota}} = \frac{567}{2} = 283,5 \text{ kg}$$

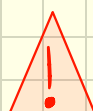
$$F = 283,5 \cdot 9,81 = 2781 \text{ N}$$

$$F_s = 4128 \text{ N}$$



$$f = \frac{64 \cdot F_s \cdot R^3 \cdot n}{G \cdot d^4} = \frac{64 \cdot 4128 \cdot 33^3 \cdot 7,5}{81\,355 \cdot 12^4} = 42,2 \text{ mm}$$

$$k = \frac{4128}{42,2} = 97,8 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$



i valori delle Forze differiscono di poco (20-30 N) tra Analitico e LOTUS SHARK perché c'è il braccetto dello sterzo che si prende un po' di carico (6-8 N)

⇒ Lo si spiega e non c'è problema

Ipotizziamo un precarico di 20 mm

$$F_s = \frac{f \cdot G \cdot d^4}{64 \cdot R^3 \cdot n} = \frac{20 \cdot 81\,355 \cdot 12^4}{64 \cdot 33^3 \cdot 7,5} = 1356,3 \text{ N} \approx 1357 \text{ N}$$

$$f = \frac{64 \cdot (4128 - 1357) \cdot 33^3 \cdot 7,5}{81\,355 \cdot 12^4} = 22,2$$

$$\text{Confermato: } 20 + 22,2 = 42,2 \text{ mm}$$

Accorciamento della molla quando viene appoggiata la vettura a Terra

LOTUS SHARK

Tyre Stiffness $\rightarrow \infty \Rightarrow$ Non considero la rigidità della pneumatica

L spring fitted $\rightarrow$ lunghezza presa dal DT Ferrari

L spring Free $\rightarrow$ " " " " " + 42 mm (Precarico +)
(Peso Auto)

Geometria Braccetto sterzo $\rightarrow$ In modo da limitare la Forza che si scarica in esso (6,2 N valore massimo)

Modello è 3D $\textcircled{MA}$ si muove sul piano dove sono contenute tutte le Forze

Rigidità a Terra

$$K_T \Big|_{\text{Bump } 40} = \frac{4535,7867 - 2753,5076}{40} = 46,06$$

$$K_T \Big|_{\text{Rebound } -40} = \frac{2008,4114 - 2753,5076}{-40} = -43,63$$

$$\begin{cases} 4535,7867 = K \cdot 40 + q \\ 2008,4114 = K \cdot (-40) + q \end{cases}$$

$$\begin{cases} K = \frac{4535,7867 - q}{40} \\ 2008,4114 = \frac{4535,7867 - q}{\cancel{40}} \cdot (-\cancel{40}) + q \end{cases}$$

$$2q = 4535,7867 + 2008,4114 \quad q = 2802,098$$

Rigidità Secante

$$K = 44,84 \frac{N}{mm}$$

DINAMICA

$$\eta M_m \omega_m = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} S_m \omega_m^2 + \frac{1}{2} m v^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} S_r \omega_r^2 \right)$$

$$\eta M_m \omega_m = \frac{S_m \omega_m \dot{\omega}_m}{\omega_r} + \frac{m v \dot{v}}{\omega_r} + \frac{2 S_r \omega_r \dot{\omega}_r}{\omega_r}$$

$$\omega_r = \tau \cdot \omega_m \quad \tau = \frac{\omega_r}{\omega_m}$$

$$v = r \omega_r = r \tau \omega_m$$

$$\eta \frac{M_m}{\tau} = \frac{S_m \dot{\omega}_m}{\tau} + \frac{m r \omega_r \cdot r \dot{\omega}_r}{\omega_r} + \frac{2 S_r \omega_r \cdot \dot{\omega}_r}{\omega_r}$$

$$M_m = \frac{S_m \dot{\omega}_m}{\eta} + \frac{m r^2 \dot{\omega}_r \tau}{\eta} + \frac{2 S_r \cdot \dot{\omega}_r \cdot \tau}{\eta}$$

$$M_m = \dot{\omega}_m \frac{S_m}{\eta} + \dot{\omega}_m \cdot \frac{m r^2 \tau^2}{\eta} + \dot{\omega}_m \cdot \frac{2 S_r \tau^2}{\eta}$$

$$= \frac{S_m + m r^2 \tau^2 + 2 S_r \tau^2}{\eta} \cdot \dot{\omega}_m$$

$$= \frac{S_m + m r^2 \tau^2 + 2 S_r \tau^2}{\eta} \frac{\dot{v}}{r \tau}$$

$$\dot{v} = \frac{M_m \cdot \eta \cdot r \tau}{S_m + m r^2 \tau^2 + 2 S_r \tau^2} = \frac{575 \cdot 0,8 \cdot 0,3207 \cdot \frac{1}{10,707}}{0,2 + 1350 \cdot 0,3207^2 \cdot \left(\frac{1}{10,707} \right)^2 + 2,26 \cdot \left(\frac{1}{10,707} \right)^2}$$

$$= 10,47 \frac{m}{s} \approx 1,07 g$$

Trasferimento di Carico

$$X_R = Z_R \cdot \mu = (W_R + \Delta Z_x) \cdot \mu = \left(W_R + F \cdot \frac{h_G}{L} \right) \cdot \mu \quad \mu: \text{coefficiente di attrito tra pneumatico e suolo}$$

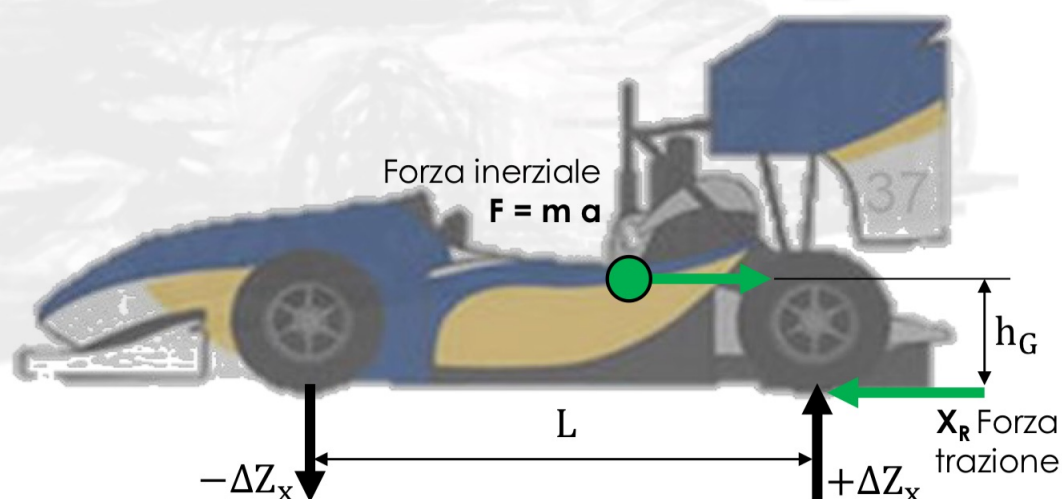
$$X_R - F \cdot \frac{h_G}{L} \cdot \mu = W_R \cdot \mu \quad \leftarrow \quad F = X_R \quad F = m \cdot a$$

Forza di trazione

$$X_R = \frac{W_R \mu}{1 - \frac{h_G}{L} \mu}$$

Coppia di trazione

$$T = X_R \cdot R$$

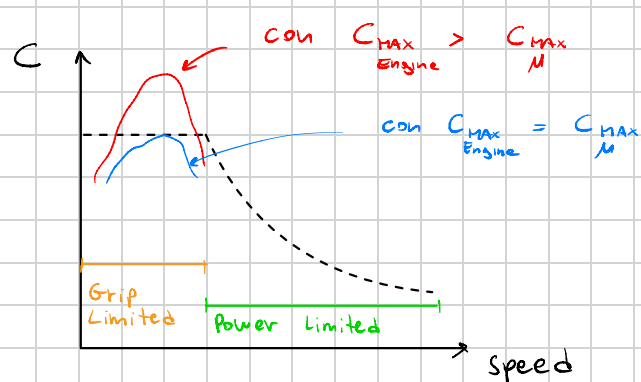


$$X_R = \frac{783 \cdot 9,71 \cdot 1,1}{1 - \frac{562}{2450} \cdot 1,1} = 11300,86 \text{ N}$$

$$F = m \cdot a \quad a = \frac{11300,86}{1350} = 8,37 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 0,853 g$$

In prima marcia l'accelerazione che il motore riuscirebbe a trasmettere alle ruote è > di quella garantita dall'attrito tra vettura e suolo considerando il trasferimento di carico, quindi le ruote slittano. Questo è in realtà voluto in quanto la coppia che stiamo scaricando a Terra essendo + alta di quella massima dovuta al Grip fa sì che la vettura riesca ad accelerare al massimo valore non in un solo istante, ma in un range temporale.

Infatti possiamo notare il 1° marcia molto elevato (10,707)



Or essendo una vettura prodotta tra 1987-92 è sprovvista di sistemi elettronici tipo TRACTION CONTROL che massimizzerebbe questo effetto. Quindi sta alla sensibilità del pilota cercare di riprodurre ciò.

Per Verificare l'accelerazione abbiamo trovato dei dati sperimentali:

$$0 \div 40 \text{ km/h} \quad \text{in} \quad 1,5 \text{ s} \quad a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{11,11}{1,5} = 7,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Abbiamo considerato:

$$C_{max} = 575 \text{ N.m}$$

$$\eta_{\text{Trasmissione}} = 0,9$$

$$\tau_{1st\ gear} = \frac{1}{10,707}$$

$$J_m = 0,2 \text{ (Inertia ICE, Valvole, Transmiss.)}$$

$$r = \frac{\text{Circonferenza}}{2\pi} = \frac{2015}{2\pi} = 0,3207 \text{ m}$$

$$J_r = \frac{1}{2} \cdot \overset{\text{massa ruota + gomma}}{22} \cdot 0,3207^2 \cdot 2 = 1,13 \text{ kg.m}^2$$

$$J_{2\ wheels} = J_r \cdot 2 = 2,26 \text{ kg}$$

Trascurato assele per via della forma & piccolo rispetto alla ruota

$$C_n = 0,36 \text{ da Libbre}$$

$$f_s = 1,1$$

$$f_d = 0,9$$

$$f_v = 0,03$$

Vel max $\rightarrow$ P max

356 Nm @ 7000 rpm

$$P = C \cdot \omega$$

$$C = \frac{P}{\omega} = \frac{356000}{\frac{7000 \cdot 2\pi}{60}} = 485,65 \text{ Nm}$$

$$V = \sqrt{\frac{2}{C_x \rho A} \left(\frac{\eta_d M_m}{r z} - f_v m g \right)} = \sqrt{\frac{2}{0,34 \cdot 1,225 \cdot 1,85} \left(\frac{0,9 \cdot 400}{0,3207 \cdot \frac{1}{2,565}} - 0,03 \cdot 1350 \cdot 9,81 \right)}$$

= 87,2 m/s = 313,9 km/h come da manuale

Velocità calcolata non a P max (tr) a n max con quindi una Potenza minore